

## مسأله‌ی آپولونیوس

یکی از مسائل قدیمی و زیبای هندسه‌ی مقدماتی مسأله‌ی آپولونیوس است:

برای سه دایره‌ی دلخواه و متمایز  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$ ، دایره‌ی چهارم  $C_4$  را به قسمی بیابید که بر هر سه دایره‌ی  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  مماس باشد.

به عبارت دیگر « برای سه دایره‌ی داده شده دایره‌ای بیابید که بر هر سه دایره مماس است ». باید توجه داشت که مسأله‌ی آپولونیوس ممکن است در برخی از حالت‌ها (مثلاً وقتی  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  همگی غیرمماس و مراکز هم خط دارند) جواب نداشته باشد. بحث در مورد وجود و تعداد جواب‌های ممکن این مسأله در چارچوب هندسه‌ی مقدماتی به کمک بازتاب‌ها بیان می‌شود. «اریک تمپل بل» در کتاب «ریاضیدانان نامی» که به زبان فارسی، با همت آقای حسین صفاری و توسط انتشارات امیرکبیر چاپ شده از این مسأله به عنوان یکی از مسائلی یاد می‌کند که «اگر بخواهیم آن را با هندسه‌ی تحلیلی حل کنیم راه حل به صورت وحشتناکی پیچیده و مغلق است». وی در ادامه می‌گوید که مسأله‌ی آپولونیوس «بهترین مثال است از گروه مسائلی که با قدرت خشک و هماهنگ هندسه تحلیلی مقدماتی رام نمی‌گردد». به زعم بل این مسأله در زمان حیات دکارت توسط وی به یک شاهزاده خانم هلندی «پرنسس الیزابت» محول شد و این شاهزاده‌ی بی‌نوا توانسته آن را به روشی بسیار طولانی و کسل‌کننده و به کمک هندسه تحلیلی حل کند. شاید شاهزاده خانم می‌خواست به این وسیله نامی در تاریخ ریاضیات داشته باشد که گویا به همت آقای بل پیدا هم کرده ولی آنچه مسلم است هیچ معلم هندسه‌ای این مسأله را به عنوان تکلیف برای دانشجویانش در درس هندسه‌ی تحلیلی مطرح نمی‌کند. البته اگر شما کمی قصد خودآزاری دارید می‌توانید شانس خودتان را مثل شاهزاده خانم امتحان کنید ولی بنده هیچ تضمینی نمی‌دهم که به جواب قانع‌کننده‌ای برسید تا

جایی برای شما در تاریخ ریاضی دست و پا کند!

یک راه حل بسیار کوتاه و زیبای مسأله‌ی آپولونیوس توسط ویلهلم بلاشکه در یکی از کتاب‌های وی، *Analytische Geometrie* (به زبان آلمانی) مطرح شده است. وی بیان دقیق این اثبات را در هندسه‌ی لاگرو به کمک نگاشتی انجام می‌دهد که امروزه به «نگاشت بلاشکه» معروف است. از شما دعوت می‌شود اثبات ساده‌تری برای مسأله‌ی آپولونیوس بیان کنید. این کار ارزش تفکر دارد و قطعاً شما را سرگرم خواهد کرد.