

به نام خالق یکتا

دانشگاه صنعتی اصفهان  
دانشکده‌ی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی .....  
شماره‌ی دانشجویی .....  
نام مدرس .....

مدت ۵۰ دقیقه

آبان ۱۳۸۸

کوییز اول ریاضی عمومی I

### پاسخ نامه (A - سری الف)

پاسخ صحیح سؤالات را در جدول زیر با علامت × مشخص نمایید.

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	الف
										ب
										ج
										د

۱) فرض کنید  $\{a_n\}$ ،  $\{b_n\}$  و دنباله‌هایی از اعداد حقیقی مثبت و همگرا به عدد حقیقی  $l < \infty$  هستند. در این صورت  $\lim \sqrt[n]{a_n + b_n + c_n}$  برابر با کدام گزینه است؟

- الف)  $\infty$       ب)  $l$       ج)  $3l$       د)  $1$

۲) دنباله‌ی با ضابطه‌ی  $a_n = \sin(\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + 1})$  مفروض است. درباره‌ی دنباله‌ی  $\{a_n\}$  کدام گزاره صحیح است؟

- الف) واگرا به  $-\infty$  است.      ب) همگرا به  $\infty$  است.  
ج) واگرا به  $\infty$  است.      د) همگرا به  $1$  است.

۳) اگر  $\{a_n\}$  و  $\{b_n\}$  دو دنباله‌ی مثبت باشند به قسمی که  $\lim b_n = \infty$  و  $\lim \frac{a_n}{b_n} = 3$  آنگاه برای دنباله‌ی  $\{a_n\}$  کدام گزینه درست است؟

- الف)  $\lim a_n = \infty$       ب)  $\lim a_n$  لزوماً وجود ندارد.  
ج)  $\lim a_n = \infty$       د)  $\lim a_n = 3$

۴) برای دنباله‌ی بازگشتی  $a_1 = -\frac{1}{3}$  و  $a_{n+1} = \sqrt{3 + 2a_n}$  کدام گزینه صحیح است؟

الف)  $\{a_n\}$  نزولی و همگرا به  $-1$  است.      ب)  $\{a_n\}$  صعودی و همگرا به  $-1$  است.  
ج)  $\{a_n\}$  صعودی و همگرا به  $3$  است.      د)  $\{a_n\}$  نزولی و همگرا به  $3$  است.

۵) در مورد سری  $\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \right)^n$  چه می توان گفت؟

- الف) واگراست.  
 ب) همگرا به  $1 + \tan^2 x$  است.  
 ج) همگرا به  $\frac{1}{1 + \tan^2 x}$  است.  
 د) همگرا به صفر است.

۶) برای دنباله‌ی با ضابطه‌ی  $a_n = \frac{n^2}{2n^2 + 3} \sin\left(\frac{n}{n^2 + 1}\right)$  کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

- الف)  $\{a_n\}$  واگرا به  $-\infty$  است.  
 ب)  $\{a_n\}$  همگرا به  $0$  است.  
 ج)  $\{a_n\}$  واگرا به  $\infty$  است.  
 د)  $\{a_n\}$  همگرا به  $\frac{1}{2}$  است.

۷) فرض کنید  $\{a_n\}$  دنباله‌ای از اعداد مثبت است به قسمی که سری  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا است. اگر برای هر

$$s_n := \sum_{k=1}^n \frac{4a_k}{2 + 3a_k}, \quad n \in \mathbb{N}$$

- الف) دنباله‌ی  $\{s_n\}$  واگرا به  $\infty$  است.  
 ب) دنباله‌ی  $\{s_n\}$  همگرا به  $0$  است.  
 ج) دنباله‌ی  $\{s_n\}$  همگرا به عددی مثبت است.  
 د) دنباله‌ی  $\{s_n\}$  بی کران است.

۸) فرض کنید  $0 < a < 1$ . در مورد سری  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n + 2}{a^{n+1} + 3}$  چه می توان گفت؟

- الف) همگرا به  $\frac{1}{a}$  است.  
 ب) همگرا به  $a$  است.  
 ج) واگراست.  
 د) همگرا به  $\frac{a+2}{a+3}$  است.

۹) در مورد سری  $\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 5n + 1}{n^4 + 6n + 7} \right)^{5 \cdot n}$  چه می توان گفت؟

- الف) همگرا به عددی مثبت است.  
 ب) واگرا به  $\infty$  است.  
 ج) همگرا به صفر است.  
 د) همگرا به  $1$  است.

۱۰) فرض کنید  $a$  یک عدد حقیقی و مثبت باشد. در مورد سری  $\sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1}{a^{k!}} \right)$  چه می توان گفت؟

- الف) اگر  $a > 1$  آنگاه سری واگراست.  
 ب) اگر  $a > 1$  آنگاه سری همگراست.  
 ج) اگر  $a = 1$  آنگاه سری همگراست.  
 د) اگر  $a < 1$  آنگاه سری همگراست.

**موفق باشید**