

(۱) فرض کنید f در یک همسایگی $x = 0$ پیوسته و مشتق پذیر باشد، $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$. مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2 \sin x)}{x}$ برابر با کدام گزینه است؟

- الف) ۱ (ب) -۱ (ج) ۲ (د) -۲

(۲) مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \sinh x)^{\frac{1}{2x}}$ برابر است با

- الف) ۱ (ب) \sqrt{e} (ج) e^2 (د) صفر

(۳) تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = x(1-x)^{\frac{2}{5}}$ مفروض است. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف) تابع f به ازای $x = 1$ می‌نیمم نسبی و به ازای $x = \frac{5}{7}$ ماکزیمم نسبی دارد.
 ب) تابع f به ازای $x = 0$ می‌نیمم نسبی و به ازای $x = \frac{5}{7}$ ماکزیمم نسبی دارد.
 ج) تابع f به ازای $x = 0$ و $x = \frac{5}{7}$ می‌نیمم نسبی دارد.
 د) تابع f به ازای $x = 1$ و $x = \frac{5}{7}$ می‌نیمم نسبی دارد.

(۴) تابع $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = (2x)^{3x}$ مفروض است. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف) تابع f به ازای $x = \frac{1}{e}$ ماکزیمم نسبی دارد.
 ب) تابع f در $x = \frac{3}{e}$ مینیمم نسبی دارد.
 ج) تابع f در $x = \frac{1}{e}$ مینیمم نسبی دارد.
 د) تابع f به ازای $x = \frac{3}{e}$ ماکزیمم نسبی دارد.

(۵) فرض کنید $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته و بر $(0, \infty)$ مشتق پذیر باشد و $f(0) = 0$. اگر برای هر $x \in (0, \infty)$ داشته باشیم $f'(x) = \frac{-2}{1 + \cosh x}$ ، آنگاه برای هر $x \geq 0$ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- الف) $f(x) \geq x \geq 0$ (ب) $0 \leq f(x) \leq x$ (ج) $f(x) \leq -x \leq 0$ (د) $-x \leq f(x) \leq 0$

(۶) کدام یک از توابع زیر تابع اولیه‌ای برای f با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x(\ln x)^3}$ است؟

- الف) $\frac{-1}{3}(\ln x)^2$ (ب) $\frac{-1}{(\ln x)^2}$ (ج) $\frac{1}{3}(\ln x)^2$ (د) $\frac{1}{(\ln x)^2}$

(۷) انتگرال نامعین $\int \sin^3 x \, dx$ برابر کدام یک از عبارات زیر است؟

- الف) $\frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + c$ (ب) $\frac{2}{3} \sin^2 x \cos x - \frac{1}{3} \cos x + c$
 ج) $\frac{1}{3} \sin^2 x - \sin x + c$ (د) $\frac{-1}{3} \sin x \cos x + \frac{2}{3} \cos^2 x + c$

۸) اگر $f(x) = x^2 + 3x - 4$ ، کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد تعداد جواب‌های حقیقی معادله‌ی $f(x) = -x^2$ درست است؟

- الف) حداقل دو جواب دارد. ب) دقیقاً دو جواب دارد.
ج) دقیقاً هفت جواب دارد. د) دقیقاً یک جواب دارد.

۹) اگر $F(x)$ یک تابع اولیه‌ی تابع $f(x) = x \sin(x^2)$ باشد، آنگاه مقدار $F(\circ) - F(\sqrt{\pi})$ کدام است؟

الف) \circ ب) $\frac{\pi}{3}$ ج) -1 د) π

۱۰) اگر برای $x > \circ$ ، $f(x) = \ln x + \tan^{-1} x$ ، مقدار $(f^{-1})'(\frac{\pi}{4})$ کدام گزینه است؟

- الف) \circ ب) 1 ج) $\frac{1}{3}$ د) $\frac{2}{3}$