

به نام خدا

کوئیز ۲- ریاضی ۲ عمومی ۲-۹۱-۹۰

۱. برای تابع  $z = f(x^2 - y^2, y^2 - x^2)$  کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$$\begin{array}{ll} \text{الف) } y \frac{\partial z}{\partial y} - x \frac{\partial z}{\partial x} = 0 & \text{ب) } x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \\ \text{ج) } y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0 & \text{د) } y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \end{array}$$

جواب: د

۲. مشتق سویی تابع  $f(x, y) = \sin(x^2) + e^{\cos y}$  در نقطه  $(0, \frac{\pi}{4})$  در سوی بردار  $u = ai + bj$  یکجهت کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \text{الف) } a - b & \text{ب) } a + b & \text{ج) } b & \text{د) } -b \end{array}$$

جواب: د

۳. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد نقاط بحرانی تابع  $f(x, y) = 2 + 2x^2 + y^2 - 6xy$  درست است؟

- الف)  $f$  در  $(0, 0)$  مینیمم موضعی و در  $(3, 9)$  ماکزیمم موضعی دارد.  
ب)  $(0, 0)$  نقطه‌ی زینی برای  $f$  است و  $f$  در  $(3, 9)$  مینیمم موضعی دارد.  
ج)  $(0, 0)$  نقطه‌ی زینی برای  $f$  است و  $f$  در  $(3, 9)$  ماکزیمم موضعی دارد.  
د)  $f$  در  $(0, 0)$  ماکزیمم موضعی و در  $(3, 9)$  مینیمم موضعی دارد.
- جواب: ب

۴. کمترین مقدار تابع  $f(x, y) = x^2 - y^2$  روی مجموعه  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$  کدام گزینه است؟

$$\begin{array}{llll} \text{الف) } \text{صفر} & \text{ب) } -\frac{\sqrt{2}}{2} & \text{ج) } -1 & \text{د) } -2 \end{array}$$

جواب: ج

۵. انتگرال  $I = \int_0^1 \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy dx$  با کدام یک از انتگرال‌های زیر برابر است؟

الف)  $I = \int_0^1 \int_{\pi/4}^{\pi/2} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r d\theta dr$

ب)  $I = \int_0^1 \int_0^{\pi/4} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r d\theta dr$

ج)  $I = \int_0^1 \int_0^{\pi/2} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r d\theta dr$

د)  $I = \int_0^1 \int_r^{\pi/4} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r d\theta dr$

جواب: الف

۶. مقدار انتگرال  $\int_0^1 \int_y^1 \sqrt{1+x^2} dx dy$  برابر است با:

الف)  $\frac{1}{3}(2\sqrt{2}-1)$       ب)  $\frac{1}{3}(2\sqrt{2}+1)$       ج)  $\frac{1}{3}(2\sqrt{2}+2)$       د)  $\frac{1}{3}(2\sqrt{2}-2)$

جواب: الف

۷. فرض کنید  $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$ . مقدار انتگرال

$\iiint_T e^{x+y+z} dV$  کدام است؟

الف)  $e^3 - 1$       ب)  $(e-1)^3$       ج)  $(e+1)^3$       د)  $e^3 + 1$

جواب: ب

۸. مقدار انتگرال  $\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dV$  که در آن  $D$  ناحیه بالای مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

محدود شده توسط کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  است، برابر کدامیک از مقادیر زیر است؟

الف)  $\frac{\pi^2}{3}$       ب)  $\frac{\pi}{2}(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$       ج)  $\pi(1 - \sqrt{2})$       د)  $\pi^2\sqrt{2}$

جواب: ب

۹. نمایش ناحیه‌ی  $T$ ، خارج مخروط  $x^2 + y^2 - (z - 1)^2 = 0$  و درون استوانه‌ی  $x^2 + y^2 = 4$

در مختصات استوانه‌ای کدام گزینه است؟

الف)  $\{(r, \theta, z) : 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 2, 1 - r \leq z \leq 1 + r\}$

ب)  $\{(r, \theta, z) : 0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 2, r \leq z \leq 1 + r\}$

ج)  $\{(r, \theta, z) : 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq r \leq 1, r \leq z \leq 1 + r\}$

د)  $\{(r, \theta, z) : 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq r \leq 1, 1 - r \leq z \leq r\}$

جواب: ب

۱۰. فرض کنید تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 y + 1$  داده شده باشد. در نقطه

$(1, 1, -1)$  باید در چه سوئی حرکت کنیم تا مقدار تابع  $f$  بیشترین کاهش را داشته باشد؟

الف)  $\sqrt{\frac{1}{13}}(-2, 0, -3)$

ب)  $\sqrt{\frac{1}{13}}(-2, -3, 0)$

ج)  $\sqrt{\frac{1}{22}}(2, -3, 3)$

د)  $\sqrt{\frac{1}{22}}(-2, 3, -3)$

جواب: ج