

پارادوکس اسب‌ها

پارادوکس یا باطل‌نما به گزاره‌ای گفته می‌شود که مدعی کشف یک تناقض است. یک پارادوکس جالب که توسط جرج پولیا مطرح شده پارادوکس اسب‌ها است:

قضیه: تمام مجموعه‌های n تایی از اسب‌ها هم‌رنگ هستند.

اثبات به استقرا: برای $n = 1$ حکم بدیهی است. فرض کنیم حکم برای n درست باشد. برای یک مجموعه‌ی $n + 1$ تایی از اسب‌ها ابتدا یک اسب را به دلخواه کنار می‌گذاریم تا یک مجموعه‌ی n عضوی داشته باشیم. بنابر فرض استقرا این مجموعه اسب‌های هم‌رنگند. اکنون اسب کنار گذاشته شده را با یک اسب دیگر جایگزین می‌کنیم تا باز هم یک مجموعه‌ی n عضوی جدید داشته باشیم. بنابر فرض استقرا در این مجموعه هم اسب‌ها هم‌رنگند. پس نتیجه می‌گیریم همه‌ی $n + 1$ عضو مجموعه هم‌رنگند. یعنی حکم برای $n + 1$ هم درست است!

اشکال استدلال فوق: برای هر $n > 1$ استدلال درست است ولی برای $n = 1$ استدلال غلط است. به عبارت دیگر برای دو اسب نمی‌توان بر اساس استدلال فوق ادعا کرد دو اسب هم‌رنگند!