

لطفا توجه کنید

- ۱- نام، شماره دانشجویی و نام مدرس خود را حتما در بالای صفحه‌ی اول پاسخ‌نامه بنویسید.
- ۲- از جدا کردن صفحات پاسخ‌نامه جدا خودداری کنید.
- ۳- در طول امتحان به هیچ سئوالی پاسخ داده نمی‌شود.
- ۳- استفاده از موبایل در طول مدت امتحان ممنوع است. لطفاً دستگاه‌های خود را در این مدت خاموش نگه دارید.

- ۱- فرض کنید $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ ، $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2y\}$ و میدان برداری \mathbf{F} با ضابطه‌ی $\mathbf{F} = (xz)\mathbf{i} + (3yz + x^2)\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$ داده شده باشد.
- (الف) با تعیین اکستریم‌های تابع f روی ناحیه‌ی D ، نشان دهید که برای هر $(x, y) \in D$ ، $f(x, y) \geq 0$.
- (ب) مطلوبست تعیین مقدار عبارت $\iint_D x \, dx \, dy$.
- (ج) اگر C خم حاصل از تلاقی رویه به معادله‌ی $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ با استوانه‌ی به معادله‌ی $x^2 + y^2 = 2y$ و با جهت حرکت مثبت (نسبت به نرمال خارجی کره) باشد، مطلوبست محاسبه‌ی $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.
- (۲۲ نمره)

- ۲- فرض کنید D ناحیه‌ی محصور توسط خم بسته‌ی $|x| + |y| = 1$ باشد (مطابق شکل زیر)

- (الف) مطلوبست محاسبه‌ی $\iint_D (x^2 - y^2) \, dx \, dy$.
- (ب) مطلوبست محاسبه‌ی $\int_C (y^2 + x^2 - y) \, dx + (x^3 + y^2) \, dy$ که در آن C خم بسته‌ی $|x| + |y| = 1$ و جهت حرکت بر روی آن جهت مثبت باشد.
- (۱۴ نمره)

- ۳- فرض کنید $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ، S_1 قسمتی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ بالای صفحه‌ی $z = 1$ و S_2 قسمتی از مخروط $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ زیرا این صفحه باشد. همچنین فرض کنید T ناحیه‌ی محصور توسط $S_1 \cup S_2$ است.

- (الف) مطلوبست محاسبه‌ی حجم ناحیه‌ی T .
- (ب) مطلوبست محاسبه‌ی $\iint_{S_1} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma$ که در آن \mathbf{n} بردار نرمال بر S_1 روبه سمت خارج کره است.
- (ج) مطلوبست محاسبه‌ی $\iint_{S_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma$ که در آن \mathbf{n} بردار نرمال بر S_2 روبه سمت پایین است. (۲۴ نمره)

موفق باشید