

## به نام خالق یکتا

دانشگاه صنعتی اصفهان  
دانشکده‌ی علوم ریاضی

آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲ خردادماه ۱۳۹۱ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه  
نام و نام خانوادگی ..... شماره دانشجویی ..... مدرس .....

(۱ الف) (۲۰ نمره) فرض کنید  $z = z(x, y)$  به صورت ضمنی با معادله‌ی  $h(x^2 + y^2, z) = 0$  داده شده باشد که در آن تابعی دو متغیره با مشتقات جزئی مرتبه‌ی اول پیوسته و غیر صفر است. ثابت کنید

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

(ب) (۲۰ نمره) اکستریم‌های مطلق تابع  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y + 1$  را در ناحیه‌ی بسته و کراندار  $R = \{(x, y) : 4x^2 + y^2 \leq 4\}$  بیابید.

(۲ الف) (۲۰ نمره) انتگرال دوگانه‌ی  $\iint_D y \, dA$  را محاسبه کنید که در آن

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$$

(ب) (۲۰ نمره) فرض کنید خم بسته‌ی  $C$  محل تلاقی رویه‌ی  $x^2 + y^2 = 2x$  با صفحه‌ی  $x + y + z = 5$  پیموده شده در جهت مثبت باشد. برای  $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x}$  محاسبه‌ی  $\mathbf{F} = (2y^2 - 2x)\mathbf{i} + (3 + 2y^2)\mathbf{j} + 2z^2\mathbf{k}$ .

(۳ الف) (۲۰ نمره) حجم ناحیه‌ی  $T$  محصور توسط دو مخروط به معادلات  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  و  $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$  و کره‌های به معادلات  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  را بیابید.

(ب) (۲۰ نمره) فرض کنید رویه‌ی بسته  $S$  رویه‌ی محصور کننده‌ی  $T$  در قسمت (الف) باشد. برای  $\mathbf{F} = (x + yz^2)\mathbf{i} + (y - x^2z)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  محاسبه‌ی  $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, d\sigma$ .

موفق باشید