

مسأله شماره ۰۲ معمولاً در اثبات اصم بودن  $\sqrt{3}$  از قضیه اصلی حساب استفاده می‌شود، اما چنانکه ایوان نیون نشان داده است می‌توان تنها با استفاده از خوش‌ترتیبی اعداد طبیعی اثباتی کوتاه‌تر از این مطلب به دست داد: اگر  $\sqrt{2}$  گویا نباشد، کوچکترین عدد صحیح مثبتی مانند  $b$  هست که  $b\sqrt{2}$  عددی صحیح باشد. اما  $b\sqrt{2} - b > 0$  عدد صحیح کوچکتری است که  $(b\sqrt{2} - b)\sqrt{2}$  عدد صحیح است. با استدلالی مشابه بدون توسل به قضیه اصلی حساب ثابت کنید:

اگر  $n$  و  $k$  اعداد صحیح بزرگتر از او  $n$  یک توان  $k$  م عددی صحیح نباشد آنگاه  $n^{\frac{1}{k}}$  گویا نیست.